KIT-Fakultät für Informatik
Prof. Dr.-Ing. Tamim Asfour, Prof. Dr.-Ing. Rüdiger Dillmann, Prof. Dr.-Ing. Heinz Wörn

Aufgabenblätter zur Prüfung

Robotik I: Einführung in die Robotik

Übungsklausur WS 15/16

- Beschriften Sie bitte gleich zu Beginn jedes Lösungsblatt deutlich lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.
- Diese Aufgabenblätter werden nicht abgegeben. Tragen Sie Ihre Lösung deshalb ausschließlich in die für jede Aufgabe vorgesehenen Bereiche der Lösungsblätter ein. Lösungen auf separat abgegebenen Blättern werden nicht gewertet.
- Außer Schreibmaterial sind während der Klausur keine Hilfsmittel zugelassen. Täuschungsversuche durch Verwendung unzulässiger Hilfsmittel führen unmittelbar zum Ausschluss von der Klausur und zur Note „nicht bestanden“.
- Soweit in der Aufgabenstellung nichts anderes angegeben ist, tragen Sie in die Lösungsblätter bitte nur die Endergebnisse ein. Die Rückseiten der Aufgabenblätter können Sie als Konzeptpapier verwenden. Weiteres Konzeptpapier können Sie auf Anfrage während der Klausur erhalten.
- Halten Sie Begründungen oder Erklärungen bitte so kurz wie möglich. (Der auf den Lösungsblättern für eine Aufgabe vorgesehene Platz steht übrigens in keinem Zusammenhang mit dem Umfang einer korrekten Lösung!)
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 45 Punkte. Zum Bestehen der Klausur sind mindestens 20 Punkte zu erreichen.

Viel Erfolg und viel Glück!

Aufgabe 1 *Rotationen* (7 Punkte)

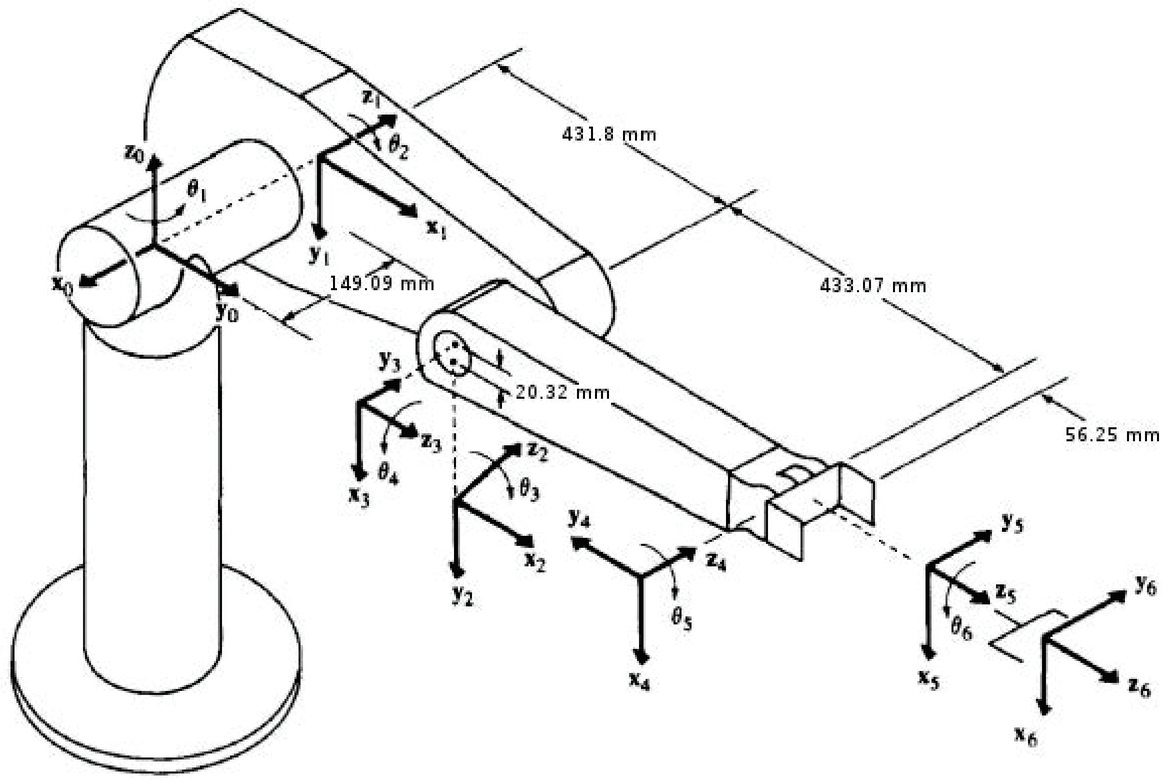
Gegeben sei die 3×3 Rotationsmatrix R

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7071 & 0.7071 \\ 0 & -0.7071 & 0.7071 \end{pmatrix}$$

1. Berechnen Sie die zur Rotationsmatrix R gehörenden $ZY'Z''$-Eulerwinkel. $\boxed{\text{3 P.}}$
2. Bestimmen Sie das Quaternion q, welches die Rotation in R beschreibt. $\boxed{\text{4 P.}}$

Aufgabe 2 *DH-Transformation* (7 Punkte)

In der folgenden Abbildung sehen Sie die schematische Darstellung eines PUMA Roboterarms:



Bestimmen Sie anhand der Abbildung die Denavit-Hartenberg-Parameter für die sechs Gelenke θ_1, θ_2, θ_3, θ_4, θ_5 und θ_6 des PUMA-Arms. Tragen Sie die Parameter in die folgende Tabelle ein:

i	θ_i (rad)	α_i (rad)	a_i (mm)	d_i (mm)
1	$\pi/2$	$-\pi/2$	0	0
2				
3				
4				
5				
6				

Aufgabe 3 *Multiple Choice* (8 Punkte)

1.

Antriebe	*richtig*	*falsch*
Bei einem hydraulischen Antrieb wird der Kolben von komprimierter Luft bewegt.		
Ein pneumatischer Antrieb benötigt kein Getriebe.		
Elektrische Antriebe sind im Vergleich zu hydraulischen Antrieben sehr laut.		
Elektrische Antriebe haben eine hohe Positionier- und Wiederholgenauigkeit.		

2.

Greifen	*richtig*	*falsch*
Die menschliche Hand besitzt insgesamt 22 Bewegungsfreiheitsgrade.		
In der Cutkosky-Grifftaxonomie wird zwischen Präzisionsgriffen und Kraftgriffen unterschieden.		
Die Reibung in einem Kontaktpunkt kann über einen Reibungskegel modelliert werden.		
Jedes Objekt kann durch einen auf drei Kontaktpunkten basierenden Fingerspitzengriff kraftgeschlossen gegriffen werde.		

3.

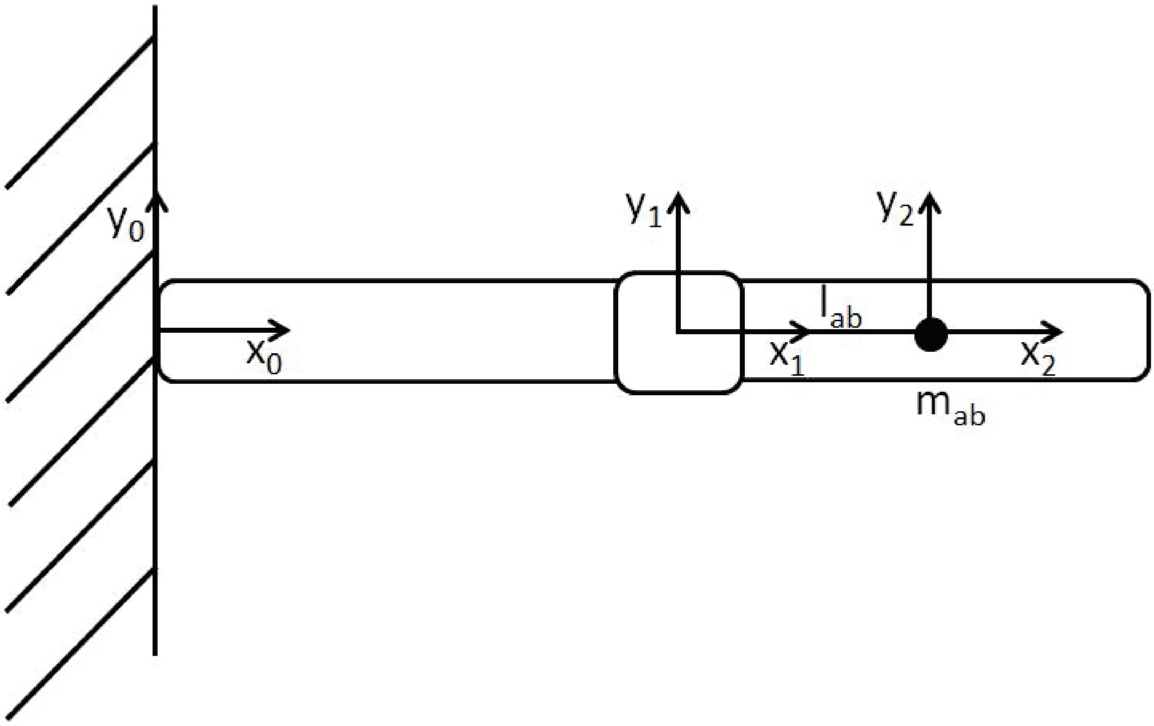
Bahnsteuerung und Bewegungsplanung	*richtig*	*falsch*
Interpolation der Weltkoordinaten eignet sich nicht für die Bahnsteuerung.		
Bei einer Bahnsteuerung durch Interpolation in Weltkoordinaten muss die inverse Kinematik gelöst werden.		
Ein quaderförmiges Hindernis im Arbeitsraum entspricht einem quaderförmigen Hindernis im Konfigurationsraum.		
Ein probabilistisch vollständiges Bahnplanungsverfahren kann ermitteln, ob keine Lösung existiert.		

4.

Bildverarbeitung	*richtig*	*falsch*
Der RGB-Farbraum bildet eine additive Farbmischung ab.		
Ein Sobel-Filter ist eine Tiefpassfilter.		
Bei Time-of-Flight-Kameras müssen Punktkorrespondenzen gefunden werden, um Tiefenbilder zu erzeugen.		
RANSAC und SLAM sind iterative Algorithmen zur Schätzung von Modellparametern aus Datenpunkten.		

Aufgabe 4
Positionsregelung eines Robotergelenks (10 Punkte)

In dieser Aufgabe soll eine Positionsregelung für ein Robotergelenk analysiert werden. Das Robotergelenk verfügt über einen translatorischen Freiheitsgrad, durch den sich der Arm in der horizontalen Ebene bewegen kann.



Die Regelung soll über einen PD-Regler erfolgen und das System befinde sich am Anfang in Ruhelage.
Die Reibung in Motor und Getriebe, sowie die elektrischen Verluste im Motor können vernachlässigt werden. Zudem treten keine Störungen beim Messen der Gelenkposition oder am Arm selbst auf.
Die Masse m_{ab} des Arms beträgt 1kg und befindet sich konzentriert im Massenmittelpunkt, die Abtriebsseitige Länge l_{ab} beträgt 1m.

1. Zeichnen Sie das Blockdiagramm des beschriebenen Systems. Beschriften sie dabei die Verbindungen zwischen den einzelnen Elementen mit folgenden Variablen: **3 P.**
   w : Gelenkwinkelvorgabe (Führungsgröße)

   y : Drehmomentvorgabe an den Motor (Stellgröße)

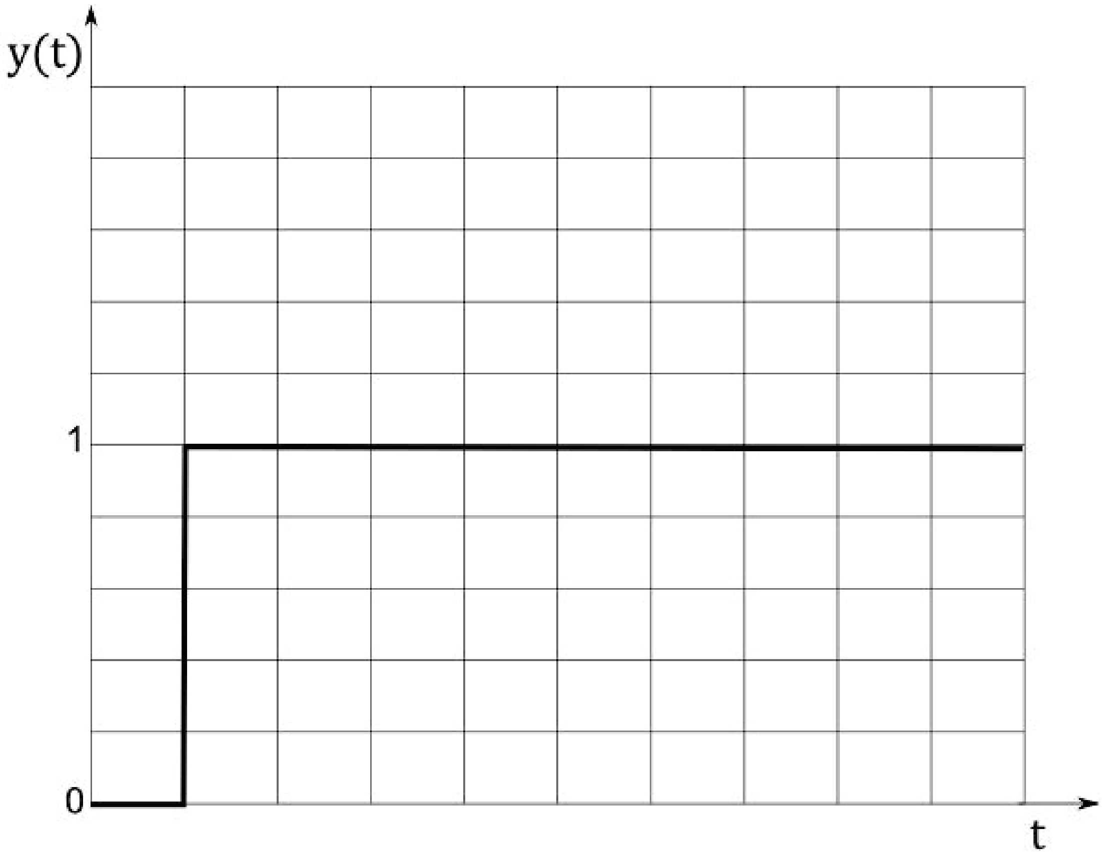
   r : Gemessener Gelenkwinkel (Rückführgröße)

   x_d : Differenz zwischen Gelenkwinkelvorgabe und gemessenem Gelenkwinkel (Regeldifferenz)

   x : Gelenkwinkel (Regelgröße)

2. Leiten Sie die Übertragungsfunktion im Zeitbereich für die Strecke her und benutzen Sie dabei die Lagrange Formulierung. **4 P.**

3. Zeichnen Sie in das nachfolgende Diagramm qualitativ die Sprungantworten für einen P-, I-, PD-, PI-, und PID-Regler ein. $\boxed{\text{3 P.}}$



Aufgabe 5 *Voronoi Diagramm* (5 Punkte)

Bestimmen Sie das Voronoi Diagramm für die Szene aus Abbildung **??**.

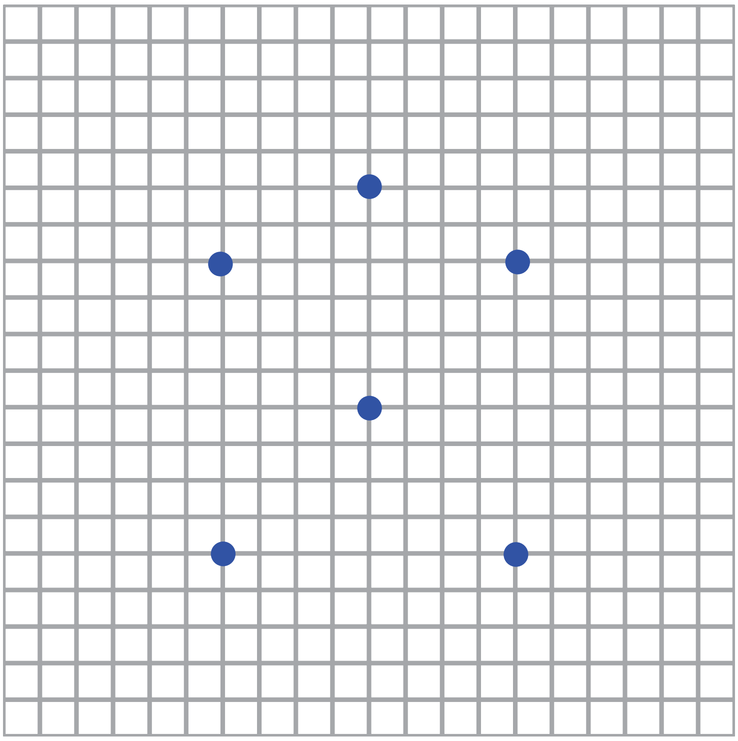


Abbildung 1: Bestimmen Sie das Voronoi Diagramm für diese Szene

Aufgabe 6 *Arbeitsraum* (3 Punkte)

Ordnen Sie die Roboter 1-3 den Arbeitsräumen a-c zu.

- Roboter 1: ________ 1 P.
- Roboter 2: ________ 1 P.
- Roboter 3: ________ 1 P.

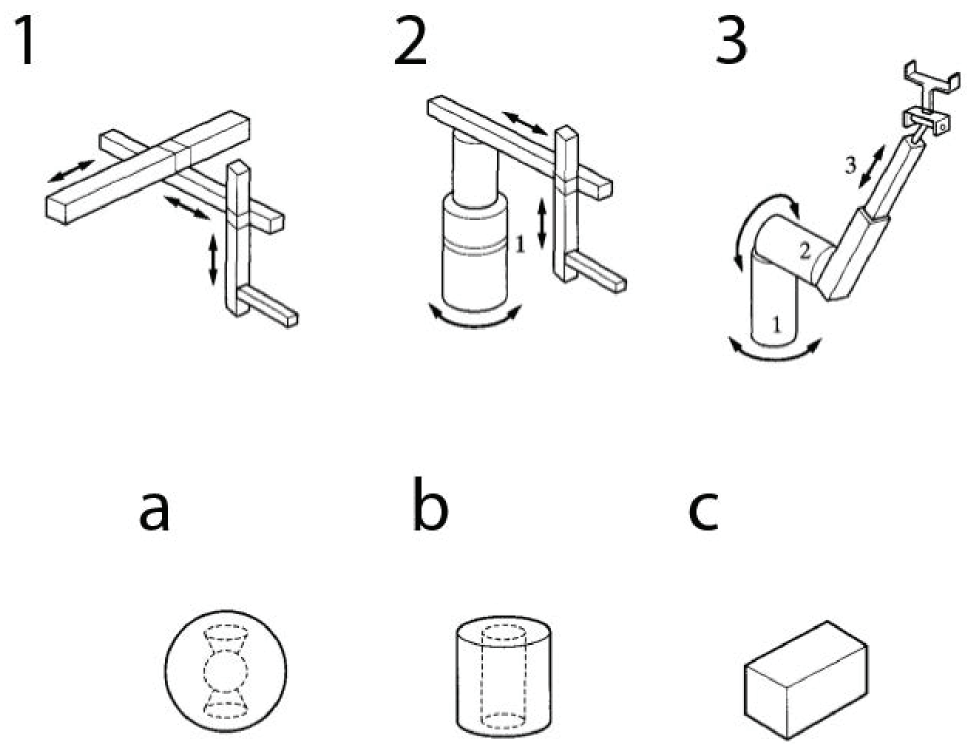


Abbildung 2: Roboter und Arbeitsraum

Aufgabe 7 *RANSAC* (5 Punkte)

Gegeben sind die folgenden 2D-Punkte:

$$p_1 = \begin{pmatrix} 11 \\ 12 \end{pmatrix}, p_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ 14 \end{pmatrix}, p_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}, p_4 = \begin{pmatrix} 14 \\ 6 \end{pmatrix}, p_5 = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}, p_6 = \begin{pmatrix} 7 \\ 16 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie mithilfe des RANSAC-Algorithmus eine 2D-Gerade, die diese Punktmenge annähert. Berechnen Sie 2 Iterationen des Algorithmus, wobei Sie in der ersten Iteration die Punkte p_3 und p_5 und in der zweiten Iteration die Punkte p_1 und p_4 zufällig auswählen. Geben sie jeweils an, wieviele Inlier es für die bestimmten Geraden gibt, wenn die Toleranz 2 ist.

Hinweis: Eine Gerade in 2D ist in der Hesseschen Normalform definiert als die Punkte $\vec{x}$, die die Gleichung

$$\vec{n}\vec{x} + d = 0$$

mit $|\vec{n}| = 1$ erfüllen. Für Punkte, die nicht auf der Geraden liegen, entspricht das Ergebnis der Gleichung ihrem Abstand zur Geraden. Wenn Sie die Hessesche Normalform der Geraden durch zwei Punkte $\vec{a}$ und $\vec{b}$ bestimmen wollen, berechnen Sie die Normale der Geradenrichtung $\vec{a} - \vec{b}$, wobei die Normale auf einem 2D-Vektor $(x, y)^T$ durch $(-y, x)^T$ gegeben ist. Normalisieren Sie die Normale, um $\vec{n}$ zu erhalten. Um d zu erhalten, setzen Sie einen der beiden Punkte in die Gleichung ein und lösen nach d.

KIT-Fakultät für Informatik
Prof. Dr.-Ing. Tamim Asfour, Prof. Dr.-Ing. Rüdiger Dillmann, Prof. Dr.-Ing. Heinz Wörn

Lösungsblätter zur Klausur

Robotik I: Einführung in die Robotik

Übungsklausur WS 15/16

Name:	Vorname:	Matrikelnummer:

Aufgabe 1	von 7 Punkten
Aufgabe 2	von 7 Punkten
Aufgabe 3	von 8 Punkten
Aufgabe 4	von 10 Punkten
Aufgabe 5	von 5 Punkten
Aufgabe 6	von 3 Punkten
Aufgabe 7	von 5 Punkten

Gesamtpunktzahl:	

	Note:

Aufgabe 1

a) $ZY'Z''$-Eulerwinkel

Rotation um gedrehte Koordinatenachsen: $R = R_z(\alpha)R_{y'}(\beta)R_{z''}(\gamma)$

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sin(\alpha) & 0 \\ sin(\alpha) & cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} cos(\beta) & 0 & sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin(\beta) & 0 & cos(\beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} cos(\gamma) & -sin(\gamma) & 0 \\ sin(\gamma) & cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} cos(\alpha)cos(\beta)cos(\gamma) - sin(\alpha)sin(\gamma) & -cos(\alpha)cos(\beta)sin(\gamma) - sin(\alpha)cos(\gamma) & cos(\alpha)sin(\beta) \\ cos(\alpha)sin(\gamma) + cos(\gamma)cos(\beta)sin(\alpha) & cos(\alpha)cos(\gamma) - sin(\alpha)cos(\beta)sin(\gamma) & sin(\alpha)sin(\beta) \\ -sin(\beta)cos(\gamma) & sin(\beta)sin(\gamma) & cos(\beta) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} a_z &= cos(\beta) \Rightarrow \beta = acos(a_z) \\ o_z &= sin(\beta)sin(\gamma) \Rightarrow \gamma = asin(\frac{o_z}{sin(\beta)}) \\ a_y &= sin(\alpha)sin(\beta) \Rightarrow \alpha = asin(\frac{a_y}{sin(\beta)}) \\ \beta &= \frac{\pi}{4} = 45° \\ \alpha &= \frac{\pi}{2} = 90° \\ \gamma &= -\frac{\pi}{2} = -90° \end{aligned}$$

b) Bestimmung der Quaternion

Zur Bestimmung der Quaternion q müssen Drehachse und Drehwinkel berechnet werden.
Für die Drehachse gilt $R_1\vec{x} = \vec{x}$. Die Drehachse lässt sich folglich über die Eigenvektoren bestimmen:

$$det(R_1 - \lambda E) = det \begin{pmatrix} 1.0 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0.7071 - \lambda & 0.7071 \\ 0 & -0.7071 & 0.7071 - \lambda \end{pmatrix} = 1 - 2.4142\lambda + 2.4142\lambda^2 - \lambda^3$$

Charakteristisches Polynom: $1 - 2.4142\lambda + 2.4142\lambda^2 - \lambda^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 1$

Eigenvektoren aus $(R_1 - \lambda_1 E)\vec{x} = 0$:

$$\begin{aligned} 0x_1 + 0x_2 - 0x_3 &= 0 \\ 0x_1 - 0.2929x_2 + 0.7071x_3 &= 0 \\ 0x_1 - 0.7071x_2 - 0.2929x_3 &= 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ist Lösung und damit Rotationsachse.

Die Berechnung des Rotationswinkels kann über die allgemeine Formulierung der Rotationsmatrix R um einen Einheitsvektor $\vec{v}$ mit dem Winkel α bestimmt werden:

$$R_{\vec{v},\alpha} = \begin{pmatrix} cos(\alpha) + v_1^2\,(1 - cos(\alpha)) & v_1v_2\,(1 - cos(\alpha)) - v_3sin(\alpha) & v_1v_3\,(1 - cos(\alpha)) + v_2sin(\alpha) \\ v_2v_1\,(1 - cos(\alpha)) + v_3sin(\alpha) & cos(\alpha) + v_2^2\,(1 - cos(\alpha)) & v_2v_3\,(1 - cos(\alpha)) - v_1sin(\alpha) \\ v_3v_1\,(1 - cos(\alpha)) - v_2sin(\alpha) & v_3v_2\,(1 - cos(\alpha)) + v_1sin(\alpha) & cos(\alpha) + v_3^2\,(1 - cos(\alpha)) \end{pmatrix}$$

Es gilt:

$$Spur(R) = 3cos(\alpha) + (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2)(1 - cos(\alpha)) = 1 + 2cos(\alpha)$$

Für die Matrix R_1 aus der Aufgabe gilt:

$$Spur(R_1) = 0.7071 + 0.7071 + 1.0 = 2.4142 = 1 + 2cos(\alpha) \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Die Quaternion q lässt sich aus Rotationsachse und -winkel aufstellen:

$$q = \left(cos(\frac{\alpha}{2}), \vec{r}sin(\frac{\alpha}{2})\right) = (0.92, 0.38, 0, 0)$$

Aufgabe 2

i	θ_i (rad)	α_i (rad)	a_i (mm)	d_i (mm)
1	$\pi/2$	-$\pi/2$	0	0
2	0	0	431.8	149.09
3	$\pi/2$	$\pi/2$	-20.32	0
4	0	-$\pi/2$	0	433.07
5	0	$\pi/2$	0	0
6	0	0	0	56.25

Aufgabe 3

1.

Antriebe	*richtig*	*falsch*
Bei einem hydraulischen Antrieb wird der Kolben von komprimierter Luft bewegt.		X
Ein pneumatischer Antrieb benötigt kein Getriebe.	X	
Elektrische Antriebe sind im Vergleich zu hydraulischen Antrieben sehr laut.		X
Elektrische Antriebe haben eine hohe Positionier- und Wiederholgenauigkeit.	X	

2.

Greifen	*richtig*	*falsch*
Die menschliche Hand besitzt insgesamt 22 Bewegungsfreiheitsgrade.	X	
In der Cutkosky-Grifftaxonomie wird zwischen Präzisionsgriffen und Kraftgriffen unterschieden.	X	
Die Reibung in einem Kontaktpunkt kann über einen Reibungskegel modelliert werden.	X	
Jedes Objekt kann durch einen auf drei Kontaktpunkten basierenden Fingerspitzengriff kraftgeschlossen gegriffen werde.		X

3.

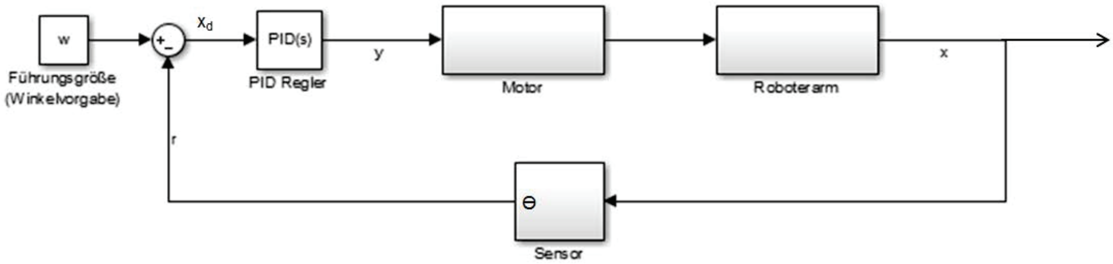
Bahnsteuerung und Bewegungsplanung	*richtig*	*falsch*
Interpolation der Weltkoordinaten eignet sich nicht für die Bahnsteuerung.	X	
Bei einer Bahnsteuerung durch Interpolation in Weltkoordinaten muss die inverse Kinematik gelöst werden.	X	
Ein quaderförmiges Hindernis im Arbeitsraum entspricht einem quaderförmigen Hindernis im Konfigurationsraum.		X
Ein probabilistisch vollständiges Bahnplanungsverfahren kann ermitteln, ob keine Lösung existiert.		X

4.

Bildverarbeitung	*richtig*	*falsch*
Der RGB-Farbraum bildet eine additive Farbmischung ab.	X	
Ein Sobel-Filter ist eine Tiefpassfilter.		X
Bei Time-of-Flight-Kameras müssen Punktkorrespondenzen gefunden werden, um Tiefenbilder zu erzeugen.		X
RANSAC und SLAM sind iterative Algorithmen zur Schätzung von Modellparametern aus Datenpunkten.		X

Aufgabe 4

1. Blockdiagramm des beschriebenen Systems:



w : Gelenkwinkelvorgabe (Führungsgröße)
y : Drehmomentvorgabe an den Motor (Stellgröße)
r : Gemessener Gelenkwinkel (Rückführgröße)
x_d : Differenz zwischen Gelenkwinkelvorgabe und gemessenem Gelenkwinkel (Regeldifferenz)
x : Gelenkwinkel (Regelgröße)

2. Differenzialgleichung nach Lagrange

Da sich das Robotergelenk in der horizontalen Ebene bewegt ändert sich die potentielle Energie nicht. Zudem sollen Reibung und alle anderen Verluste in der Strecke vernachlässigt werden, sodass nur die Trägheit des Stabes betrachtet werden muss um die Übertragungsfunktion aufzustellen.

Grundsätzlich lautet die Formulierung von Lagrange:

$$Q = \frac{d}{dt}\left(\frac{\delta L}{\delta \dot{q}}\right) - \frac{\delta L}{\delta q} \tag{1}$$

mit der Lagrange-Funktion:

$$L = E_{kin} - E_{pot}. \tag{2}$$

Die kinetische Energie des Stabes beträgt unter berücksichtigung der Annahmen:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_{ab} \cdot v_{ab}^2. \tag{3}$$

Das Translationsgelenk bewegt sich dabei entlang der X-Achse.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_{ab} \cdot \dot{x_2}(t)^2 \tag{4}$$

Da sich das Gelenk in der Horizontalen Ebene bewegt ändert sich die potientielle Energie nicht.

Die Aleitung der Lagrange Funktion lautet damit:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\delta L}{\delta \dot{q}}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot m_{ab} \cdot \ddot{x}_2(t). \tag{5}$$

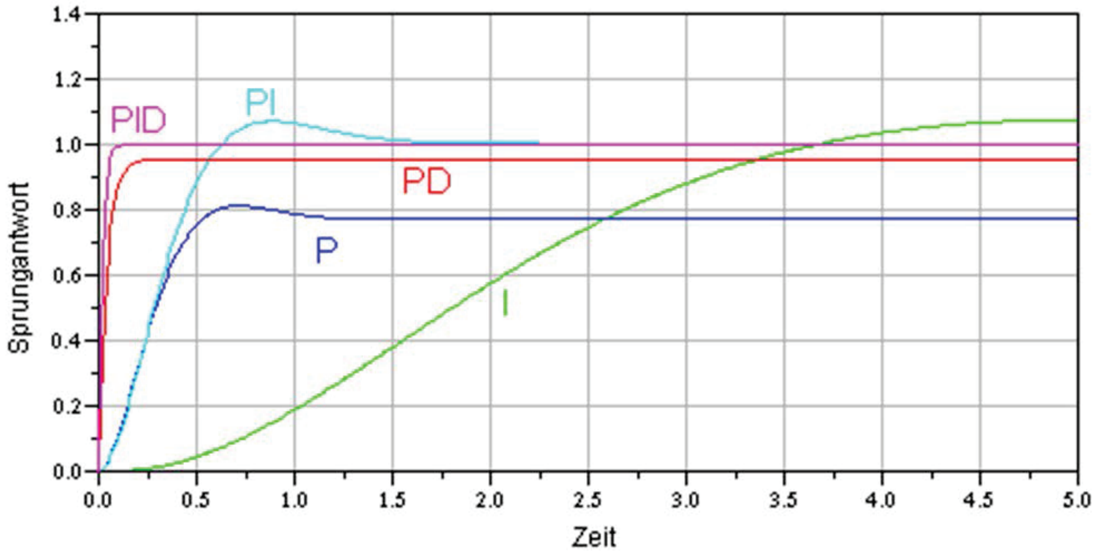
Daraus ergibt sich die Differenzialgleichung des Systems zu:

$$T(t) = m_{ab} \cdot \ddot{x}_2(t). \tag{6}$$

Setzt man das Gewicht und die Länge des Roboterarms ein ergibt sich:

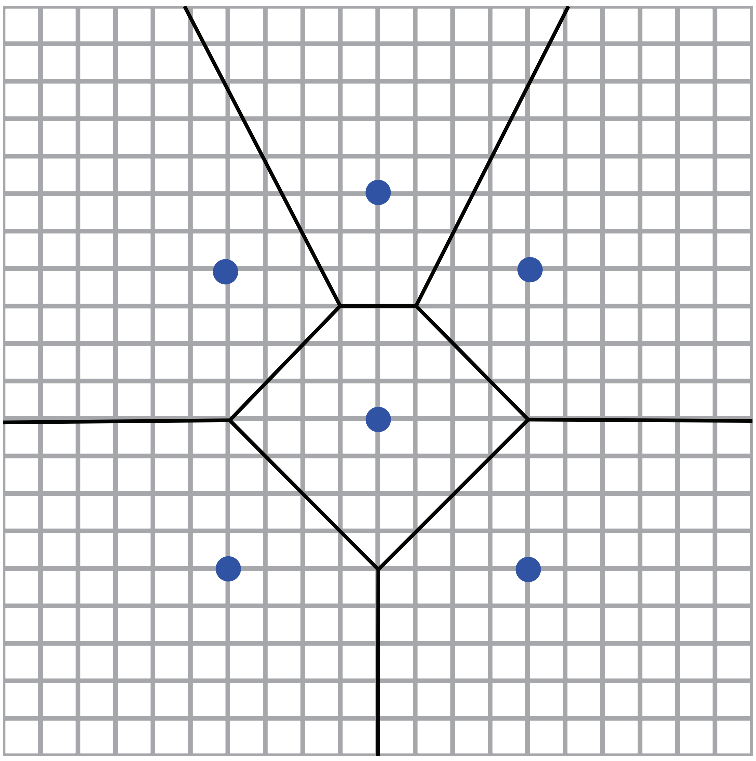
$$T(t) = 1 \cdot \ddot{x}_2(t). \tag{7}$$

3. Vergleich der verschiedenen Reglertypen



Aufgabe 5

Voronoi Diagramm



Aufgabe 6

- Roboter 1: c
- Roboter 2: b
- Roboter 3: a

Aufgabe 7

Für p_3 und p_5 ist die Geradengleichung

$$\begin{pmatrix} 0.14 \\ 0.99 \end{pmatrix} \vec{x} - 2.69 = 0$$

und die einzigen Inlier sind p_3 und p_5.
Für p_1 und p_4 ist die Geradengleichung

$$\begin{pmatrix} 0.89 \\ 0.45 \end{pmatrix} \vec{x} - 15.21 = 0$$

und es gibt 4 Inlier: p_1, p_2, p_4 und p_6.